

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 04: Determinação de distância horizontal de pontos inacessíveis / Efeito da curvatura da Terra em distâncias horizontais / Efeito da altitude nas distâncias	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIA HORIZONTAL DE PONTOS INACESSÍVEIS / EFEITO DA CURVATURA DA TERRA EM DISTÂNCIAS HORIZONTAIS / EFEITO DA ALTITUDE NAS DISTÂNCIAS

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=diOj8kj-z6g&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=B8jZtwgsoJM&feature=youtu.be>

Introdução

Nesta aula será discutido a determinação da distância horizontal de pontos inacessíveis, efeito da curvatura da Terra em distâncias horizontais e o efeito da altitude nas distâncias.

Determinação de distâncias horizontais de pontos inacessíveis.

Neste processo o objetivo é a determinação de distâncias horizontais de pontos inacessíveis. Em algumas aplicações pode ser necessária esta determinação, como é o caso de se determinar a largura e um rio ou outros elementos que algum obstáculo impede o acesso ao ponto de interesse, conforme pode ser verificado na Figura 01.

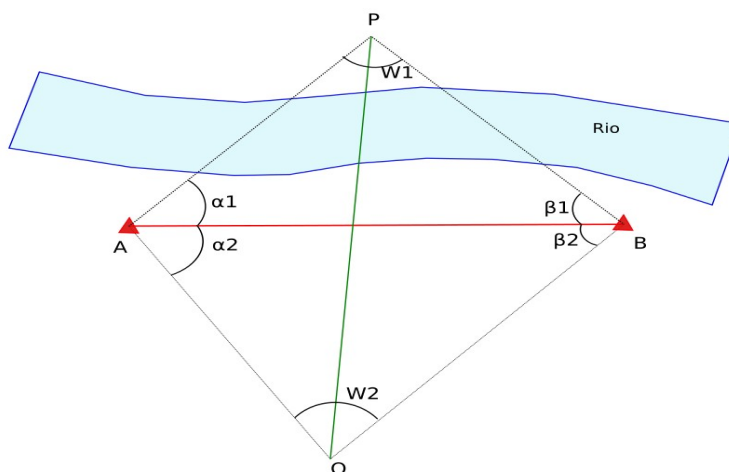


Figura 01 – Determinação de distâncias horizontais de um ponto inacessível.
(Fonte : Adaptada de RODRIGUES, 2008)

Procedimento de campo

Considerando as variáveis mostradas na Figura 01, Os procedimentos de campo são:

1. Materializar linha base AB;
2. Medir a distância AB;
3. Determinar os ângulos internos α_1 , α_2 , β_1 , β_2 e w_2 ;

Com as medidas de campo, os cálculos baseiam-se na utilização da lei dos senos e dos cossenos para se determinar a distância, lembrando que $w_1 = 180 - \alpha_1 - \beta_1$.

Aplicando a lei dos senos:

$$\frac{AP}{\text{sen}(\beta_1)} = \frac{AB}{\text{sen}(w_1)} \rightarrow AP = \frac{AB * \text{sen}(\beta_1)}{\text{sen}(w_1)} \quad (1)$$

Como $w_1 = 180 - \alpha_1 - \beta_1$ então $\text{sen}(w_1) = \text{sen}(\alpha_1 + \beta_1)$, conforme pode ser visualizado na Figura 02.

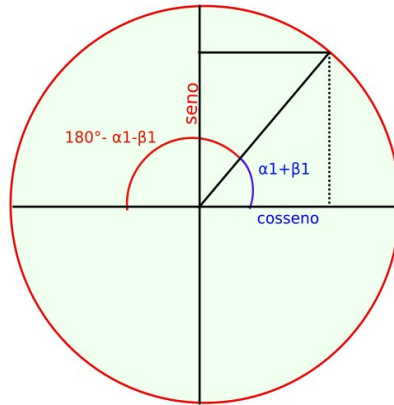


Figura 02 – Senos de ângulos suplementares.

Assim, a equação (1) pode ser reescrita:

$$AP = \frac{AB * \text{sen}(\beta_1)}{\text{sen}(\alpha_1 + \beta_1)} \quad (2)$$

Analogamente temos a seguinte relação para a AQ:

$$\frac{AQ}{\text{sen}(\beta_2)} = \frac{AB}{\text{sen}(w_2)} \rightarrow AQ = \frac{AB * \text{sen}(\beta_2)}{\text{sen}(w_2)} \quad (3)$$

Conforme dito anteriormente $w_2 = 180 - \alpha_2 - \beta_2$ então $\text{sen}(w_2) = \text{Sen}(\alpha_2 + \beta_2)$ e a equação (3) pode ser reescrita:

$$AQ = \frac{AB * \text{sen}(\beta_2)}{\text{sen}(\alpha_2 + \beta_2)} \quad (4)$$

Com os lados AP e AQ , sendo o lado PQ a ser determinado, podemos aplicar a lei dos cossenos no triângulo APQ :

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2 - 2 * AP * AQ * \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (5)$$

Substituindo as equações (2) e (4) em (5):

$$PQ = \sqrt{\left(\frac{AB * \sin(\beta 1)}{\sin(\alpha 1 + \beta 1)}\right)^2 + \left(\frac{AB * \sin(\beta 2)}{\sin(\alpha 2 + \beta 2)}\right)^2} - 2 * \left(\frac{AB * \sin(\beta 1)}{\sin(\alpha 1 + \beta 1)}\right) * \left(\frac{AB * \sin(\beta 2)}{\sin(\alpha 2 + \beta 2)}\right) * (\cos(\alpha 1 + \alpha 2)) \quad (6)$$

Efeito da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

A curvatura da Terra tem influência tanto nas medidas de distâncias horizontais como nas distâncias verticais. Estas influências devem ser equacionadas para que possamos quantificar e verificar em quais situações podem ser desconsideradas.

A Figura 03 mostra as variáveis presentes na influência da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

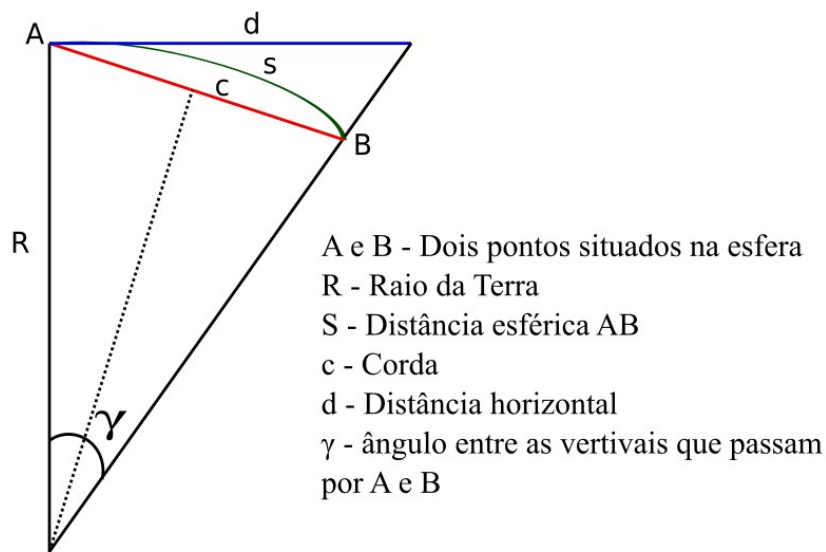


Figura 03 – Efeito da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

De acordo com a Figura 03 temos as seguintes relações:

Para a distância:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{d}{R} \rightarrow d = R * \operatorname{tg}(\gamma) \quad (7)$$

Para o arco:

$$S = R * \gamma \quad \gamma = \frac{S}{R} \quad (8)$$

A diferença entre a distância plana d e a distância esférica S é:

$$d - S = R * \operatorname{tg}(\gamma) - R * (\gamma) \rightarrow d - S = R * (\operatorname{tg}(\gamma) - \gamma) \quad (9)$$

Para simplificar a equação (9) o termo $\operatorname{tg}(\gamma)$ será desenvolvido em série de potência.

$$\operatorname{tg}(\gamma) = \gamma + \frac{\gamma^3}{3} + \frac{2\gamma^5}{15} \dots \quad (10)$$

Na equação (10), os termos a partir do termo $\frac{2\gamma^5}{15}$ podem ser desconsiderados, ou seja, podemos limitar a série a partir do segundo termo, isto não traz prejuízos para os cálculos, pois o ângulo γ é muito pequeno. Assim podemos utilizar a equação (10) limitada no segundo termo na equação e substituí-la na equação (9):

$$d - S = R * \left(\left(\gamma + \frac{\gamma^3}{3} \right) - \gamma \right) \rightarrow d - S = R * \left(\frac{\gamma^3}{3} \right) \quad (11)$$

Substituindo a equação (8) na equação (11) temos:

$$d - S = \left(\frac{R}{3} \right) * \left(\frac{S^3}{R^3} \right) \rightarrow d - S = \frac{S^3}{3 R^2} \quad (12)$$

Para a corda (Figura 04):

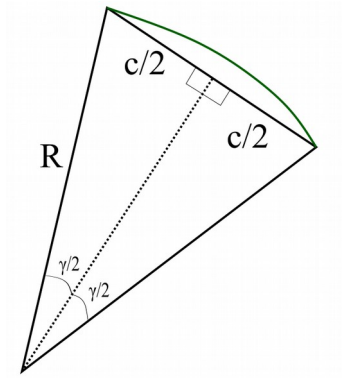


Figura 04 – Corda

$$\text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{c/2}{R} \rightarrow c = 2 * R * \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (13)$$

Relação entre a distância na superfície física e no geóide

Uma distância medida na superfície física pode ser determinada na superfície do geóide (e também do elipsóide) e vice-versa a partir de uma relação simples (Figura 05).

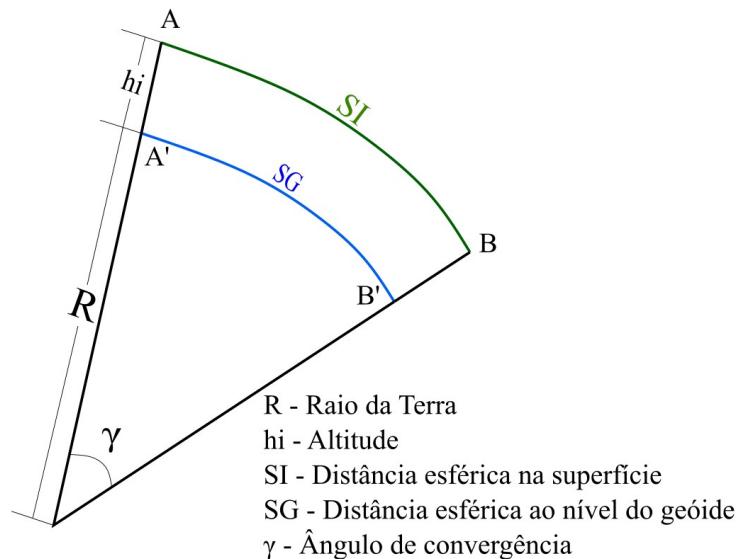


Figura 05 – Relação entre a distância na superfície física e no geóide

Matematicamente temos a seguinte relação:

$$\frac{SG}{SI} = \frac{R}{R+hi} \quad (14)$$

$$SG = \frac{SI * R}{R+hi} \quad (15)$$

$$SI = \frac{SG * (R+hi)}{R} \quad (16)$$

Exercício

1) Determine a diferença entre as distâncias esféricas da tabela e a distância horizontal sabendo que o Raio da Terra é 6370km. Dê a resposta em centímetros.

Efeito curvatura da Terra nas distâncias horizontais.			
Arco (km)	Raio da Terra (km)	d- S (km)	d- S (cm)
1	6370	8,214854593E-09	0,0008214854593
5		1,026856824E-06	0,1026856824121
10		8,214854593E-06	0,8214854592966
15		2,772513425E-05	2,7725134251261
20		6,571883674E-05	6,571883674373
30		0,000221801074	22,180107401009

2) Considere uma distância de 20.000 metros no geóide e determine este arco a uma altitude de 1000 metros

Resposta: 20.003,13 metros

Bibliografia

RODRIGUES, D. D. Topografia: planimetria para engenheiros Agrimensores e Cartógrafos (em desenvolvimento). UFV, 2012. Disponível em http://www.eam.ufv.br/?page_id=384

Leitura complementar

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.